

# Seven neurons memorizing sequences of alphabetical images via spike-timing dependent plasticity

発表者：鈴木雅大

# 論文について

- IBM東京基礎研究所で提案される
  - 恐神貴行氏と大塚誠氏
- ネイチャー系列のScientific Reportsで発表
- スパイクタイミング依存可塑性(STDP)に忠実なボルツマンマシン
  - 一般的なNNに比べて時系列を考えやすいモデル

# ヘブ則

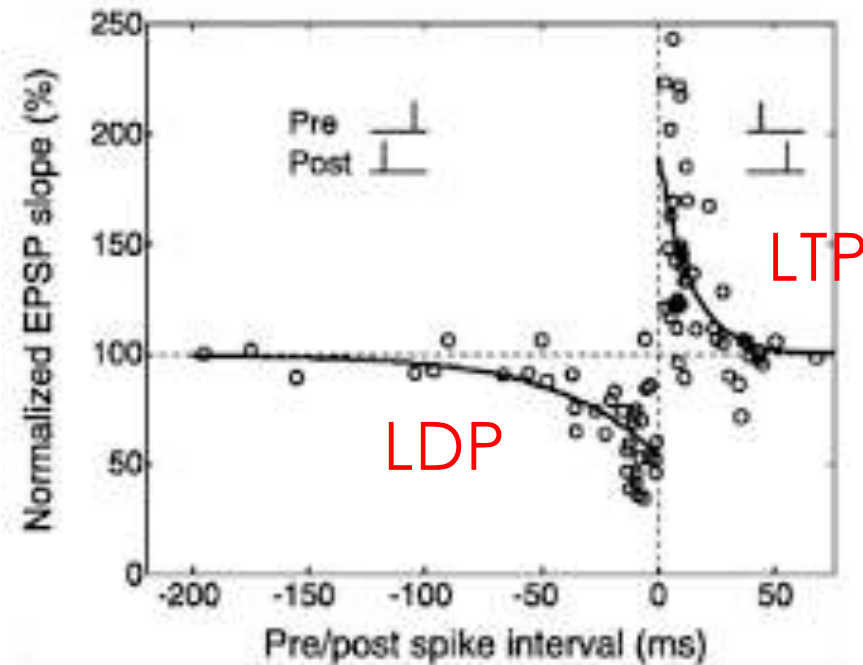
## -神経生物学の仮説-

- "細胞Aの軸索が細胞Bを発火させるのに十分近くにあり、繰り返しあるいは絶え間なくその発火に参加するとき、いくつかの成長過程あるいは代謝変化が一方あるいは両方の細胞に起こり、細胞Bを発火させる細胞の1つとして細胞Aの効率が增加する。"
- 簡略化されて「細胞Aと細胞Bが同時に発火することによりシナプスが增強される」と解釈されることもある
- パーセプトロンやBMなどはヘブ則で学習していると考えることができる。

# STDP

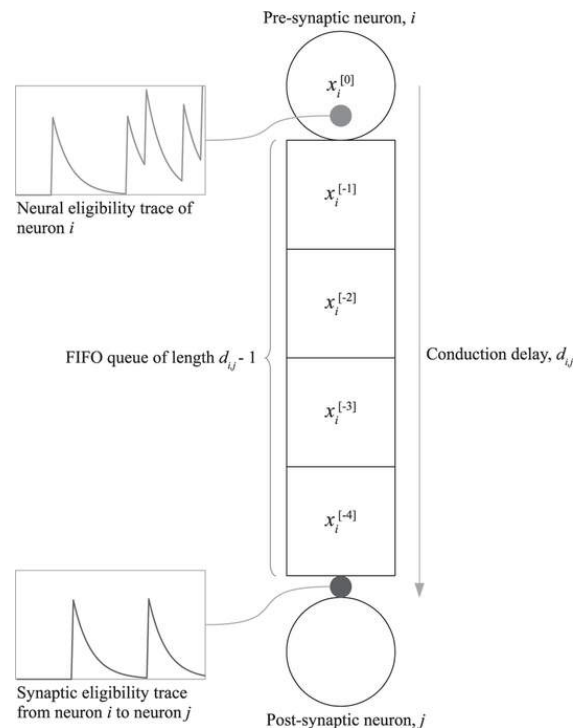
スパイクタイミング依存可塑性(STDP)

- 発火の順番によって重みが強まるかどうかが変わる



# ネットワークの構成

- 通常のBMとの大きな違いは、**伝道遅延**と**メモリユニット**がモデル化されていること
  - 伝道遅延は、過去の発火が軸索を通して伝わっていく（FIFOでモデル化）
  - メモリユニットは、各ニューロンとニューロン間にある
    - 前者を**neural eligibility trace**，後者を**synaptic eligibility trace**と呼ぶ



# 学習パラメータ

- 学習するパラメータは
    - 各ニューロンのバイアス
    - LTPの重み
    - LTDの重み
- の3つ

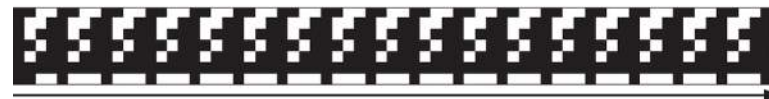
Notation	Definition
$b_j$	The bias of neuron $j$
$v_{i,j,\ell}$	The $\ell$ -th LTD weight from neuron $i$ to neuron $j$ ( $\ell \in [1, L]$ )
$u_{i,j,k}$	The $k$ -th LTP weight from neuron $i$ to neuron $j$ ( $k \in [1, K]$ )

# シーケンスを学習している様子

## □ ニューロン数7で学習



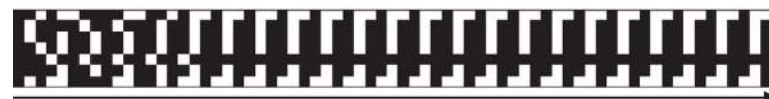
(a) Before training



(b) After 10 periods of training



(c) After 1,000 periods of training



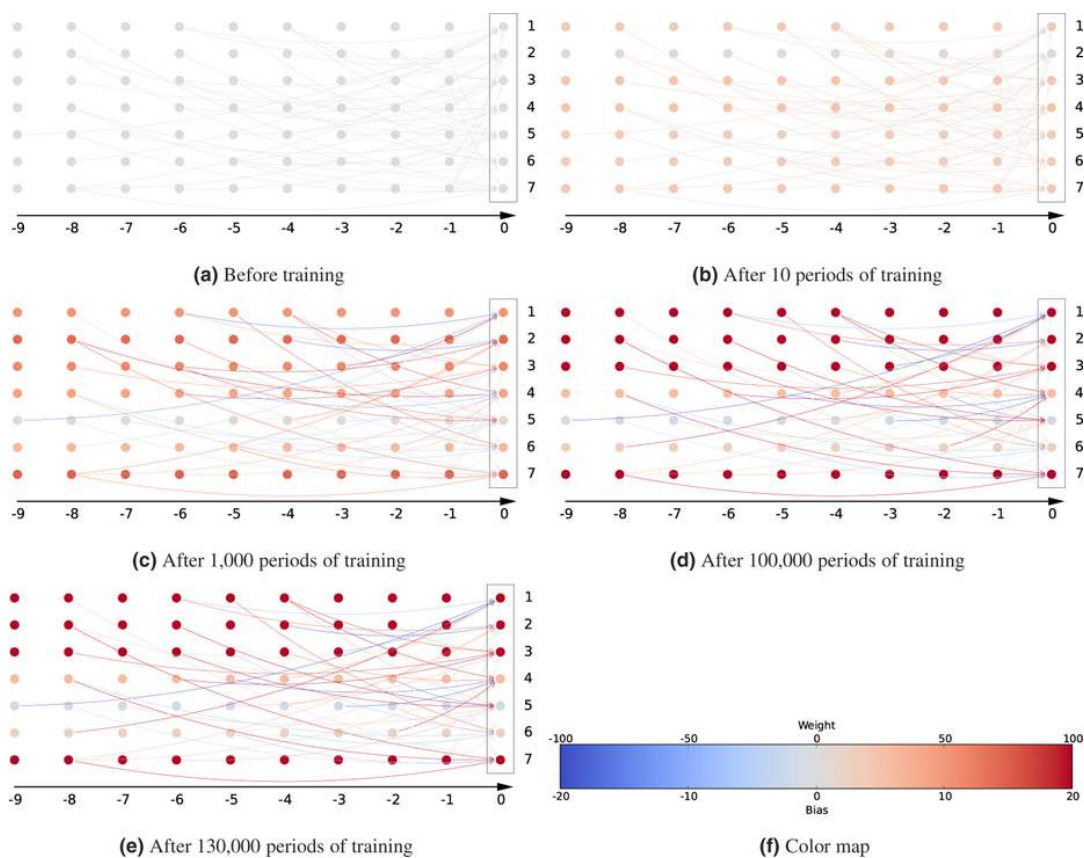
(d) After 100,000 periods of training



(e) After 130,000 periods of training

# 学習時のパラメータの確認

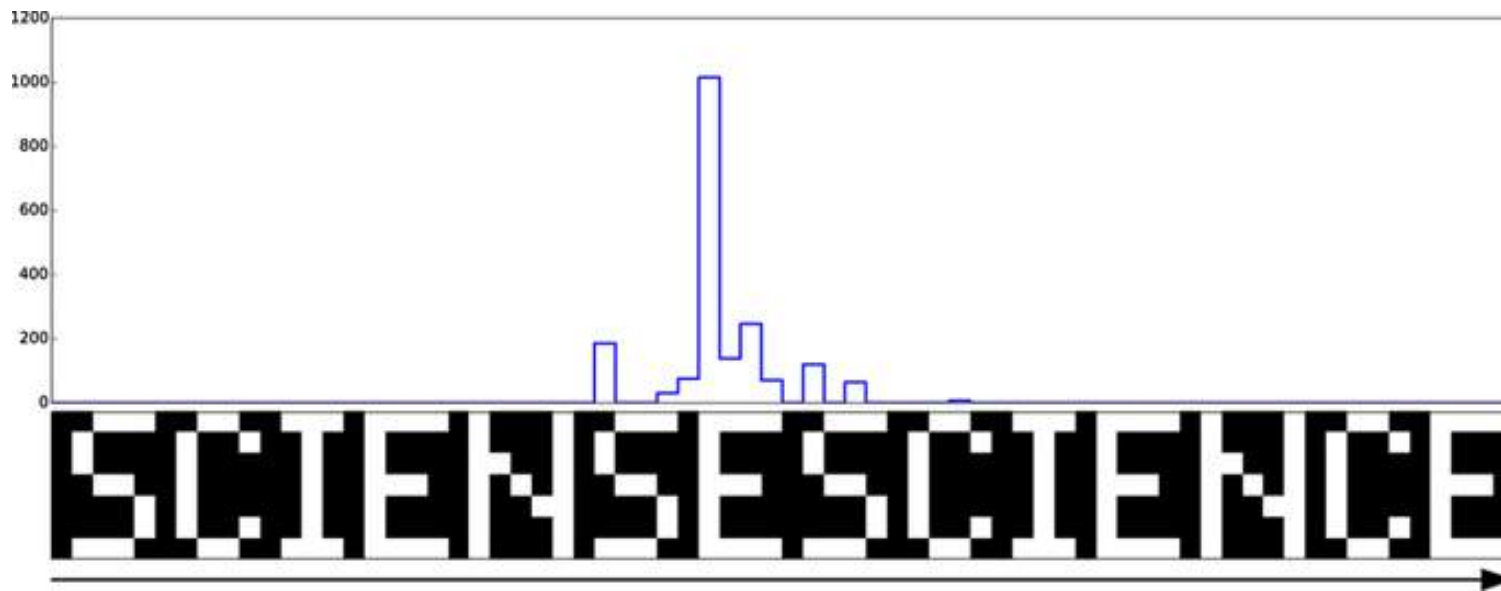
- SCIENCEを学習している様子
  - 横軸は軸索の距離，縦軸が各ユニットを表している
  - 丸の色がバイアス，矢印が軸索からのつながり，色はLTP重み





# アノマリーの検知

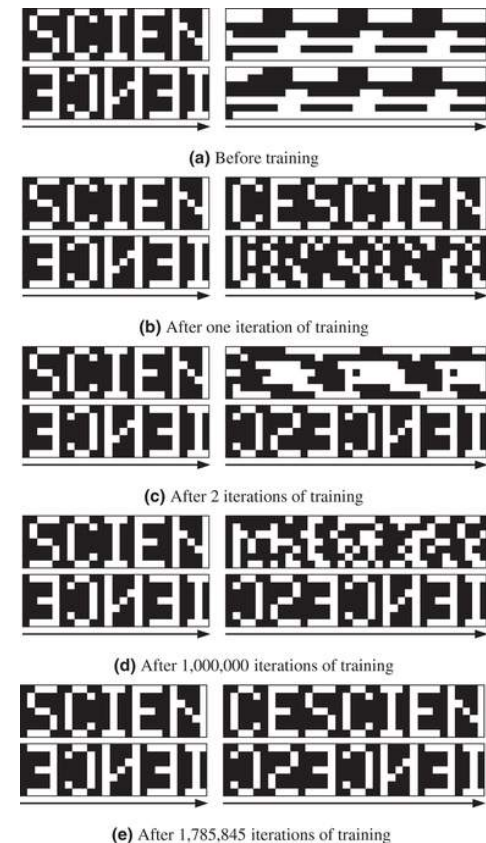
- 学習していない系列が現れると発見する
  - スペルの違いを発見している
  - 各時間の負の対数尤度を表している.



# 複数のシーケンスの学習

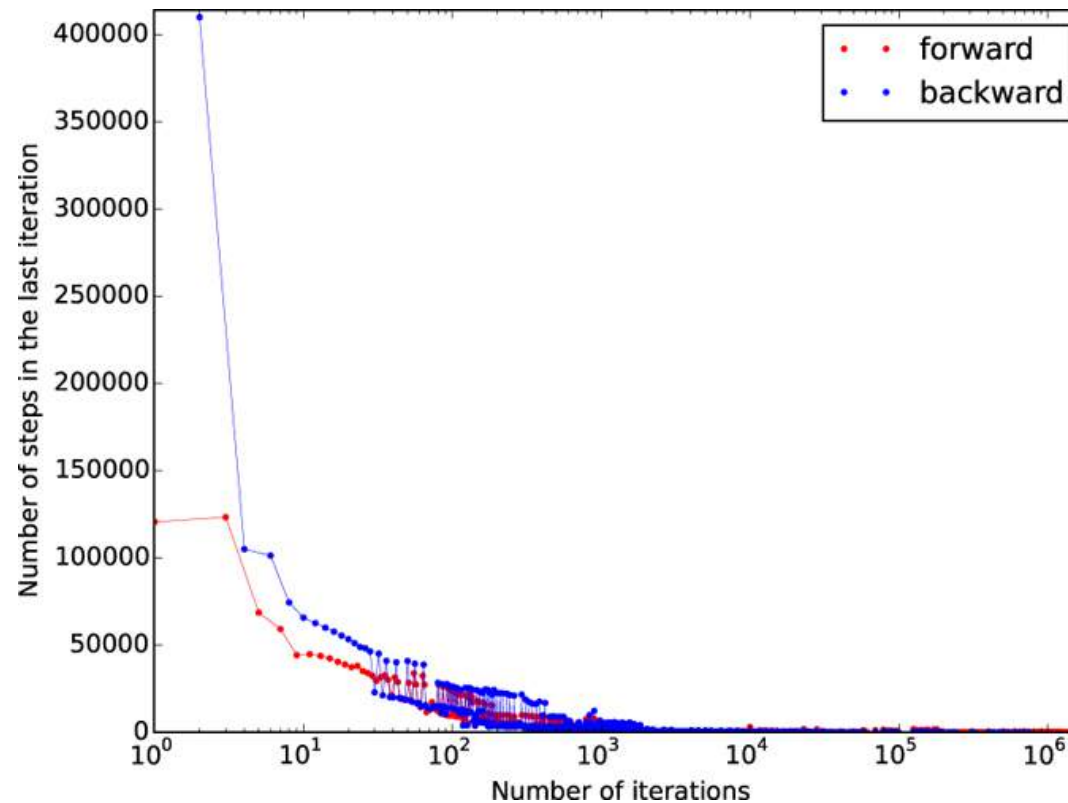
- 関連する手がかりを与えると、特定のシーケンスを生成する
  - テストするときには、学習せずにeligibility traceをアップデートする
- 交互に学習することで、両方のイメージを学習
  - 左が手がかり、右が生成したイメージ
  - 次第に両方のイメージを生成できるようになる
- 学習にかかった時間は223分(1785845iteration)

※ここでは、一回学習して収束するまでをiterationと呼んでいる



# 忘れたシーケンスの再学習

- 先ほどの例で一度忘れたシーケンスを再学習させたとき、以前よりも短い時間（図ではperiods）で学習ができる



# 音楽シーケンスの学習



(a) Before training



(b) After 10 periods of training



(c) After 1,000 periods of training



(d) After 10,000 periods of training

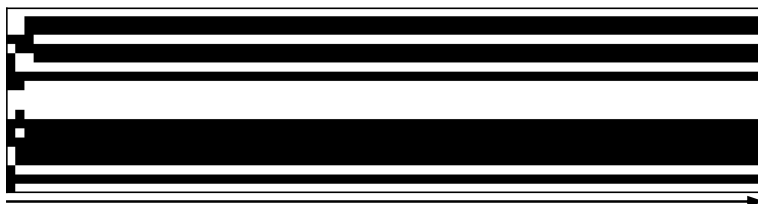


(e) After 100,000 periods of training

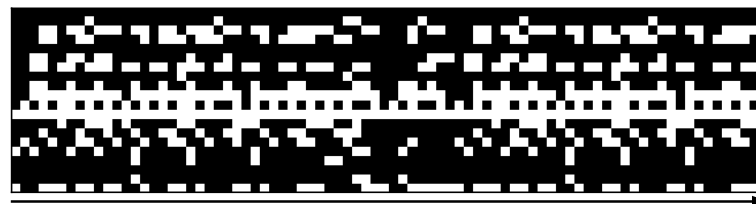


(f) After 900,000 periods of training

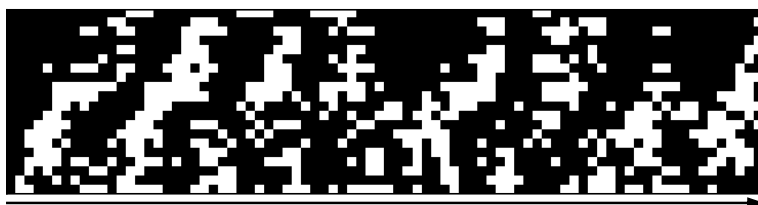
# 猿から人へ



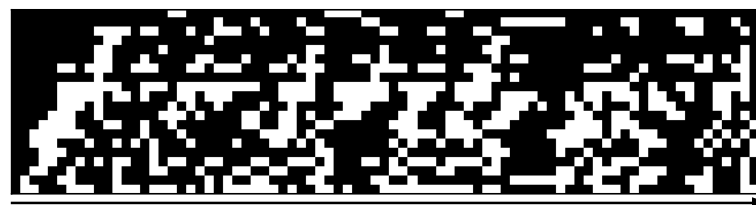
(a) Before training



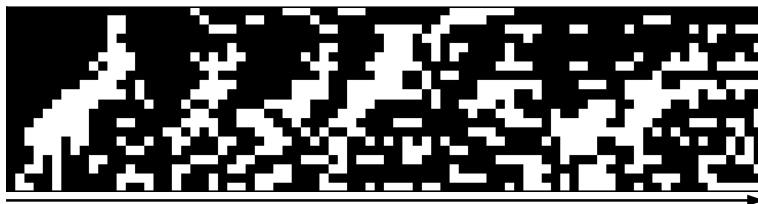
(b) After 10 periods of training



(c) After 1,000 periods of training



(d) After 2,000 periods of training



(e) After 4,000 periods of training



(f) After 5,000 periods of training

# 考察

- キューの長さはシーケンスの長さ甚至比しても短いはずなのに、ちゃんと系列情報を覚えている
- RNNのように時系列全部を保持する必要はない
  - 無限のユニットを持つBMと考えることができる
- ヘブ則はずっと研究されていたのにもかかわらず、ホップフィールドドネットやBMまでうまくいかなかった
  - 今回のSTDPも同じ
  - この論文によってSTDPを使ったアプリケーションがきっと増える

# Dynamic Boltzmann machineの学習

- DBMはメモリユニットとFIFOキューをもったニューロンで構成
- パラメータなどは次のとおり
  - 多い

Notation	Definition
$N$	The number of neurons
$L$	The number of neural eligibility traces for each neuron
$K$	The number of synaptic eligibility traces for each pair of neurons
$d_{i,j}$	The delay from neuron $i$ to neuron $j$
$\mu_\ell$	The decay rate of the $\ell$ -th neural eligibility trace ( $\ell \in [1, L]$ )
$\lambda_k$	The decay rate of the $k$ -th synaptic eligibility trace ( $k \in [1, K]$ )
$\tau$	Temperature

(a) Structural parameters

Notation	Definition
$b_j$	The bias of neuron $j$
$v_{i,j,\ell}$	The $\ell$ -th LTD weight from neuron $i$ to neuron $j$ ( $\ell \in [1, L]$ )
$u_{i,j,k}$	The $k$ -th LTP weight from neuron $i$ to neuron $j$ ( $k \in [1, K]$ )

(b) Learnable parameters

Notation	Definition
$x_j^{[t]}$	The value of neuron $j$ at time $t$
$\gamma_{j,\ell}^{[t]}$	The $\ell$ -th neural eligibility trace of neuron $j$ at time $t$
$\alpha_{i,j,k}^{[t]}$	The $k$ -th synaptic eligibility trace from neuron $i$ to neuron $j$ at time $t$

(c) Variables

# エネルギー関数

- 時間 $t$ のニューロン $j$ のエネルギー関数は次のように表される

$$E_{\theta_j}(x_j^{[t]} | \mathbf{x}^{[t-1]}) = -b_j x_j^{[t]} - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K u_{i,j,k} \alpha_{i,j,k}^{[t-1]} x_j^{[t]} + \sum_{i=1}^N \sum_{\ell=1}^L v_{i,j,\ell} \beta_{i,j,\ell}^{[t-1]} x_j^{[t]} + \sum_{i=1}^N \sum_{\ell=1}^L v_{j,i,\ell} \gamma_{i,\ell}^{[t-1]} x_j^{[t]}, \quad (6)$$

- 1項目がバイアスを表す
- 2項目がLTP

- neural eligibility traceは  $\gamma_{j,\ell}^{[t]} \leftarrow \mu_{\ell} \left( \gamma_{j,\ell}^{[t-1]} + x_j^{[t]} \right)$  (3)

- 3項目と4項目がLTD

- 3項目のパラメータ $\beta$ はFIFOを再現している

$$\beta_{i,j,\ell}^{[t-1]} \equiv \sum_{s=t-d_{i,j}+1}^{t-1} \mu_{\ell}^{s-t} x_i^{[s]}. \quad (7)$$

- synaptic eligibility traceは  $\alpha_{i,j,k}^{[t]} \leftarrow \lambda_k \left( \alpha_{i,j,k}^{[t-1]} + x_i^{t-d_{i,j}} \right)$  (4)



# 確率分布

- 確率分布は、以前の時間の条件付き分布になっていて、エネルギー関数によって、時間 $t$ のニューロン $j$ の確率は

$$P_{\theta,j}(x_j^{[t]} | \mathbf{x}^{[:t-1]}) = \frac{\exp\left(-\tau^{-1}E_{\theta,j}(x_j^{[t]} | \mathbf{x}^{[:t-1]})\right)}{\sum_{\tilde{x} \in \{0,1\}} \exp\left(-\tau^{-1}E_{\theta,j}(\tilde{x} | \mathbf{x}^{[:t-1]})\right)}, \quad (8)$$

- 全ニューロンのエネルギー関数は

$$E_{\theta}(\mathbf{x}^{[t]} | \mathbf{x}^{[:t-1]}) = \sum_{j=1}^N E_{\theta}(x_j^{[t]} | \mathbf{x}^{[:t-1]}). \quad (5)$$

- よって全ニューロンの確率は

$$P_{\theta}(\mathbf{x}^{[t]} | \mathbf{x}^{[:t-1]}) = \prod_{j=1}^N P_{\theta,j}(x_j^{[t]} | \mathbf{x}^{[:t-1]}). \quad (9)$$

# 学習

- 対数をとって, SGAで最適化

$$\theta \leftarrow \theta + \eta \nabla_{\theta} \log P_{\theta}(\mathbf{x}^{[t]} | \mathbf{x}^{[:t-1]}), \quad (11)$$

- 各パラメータの更新は

$$b_j \leftarrow b_j + \eta \left( x_j^{[t]} - \langle X_j^{[t]} \rangle_{\theta} \right), \quad (13)$$

$$u_{i,j,k} \leftarrow u_{i,j,k} + \eta \left( \alpha_{i,j,k}^{[t-1]} x_j^{[t]} - \langle \alpha_{i,j,k}^{[t-1]} X_j^{[t]} \rangle_{\theta} \right) \quad (16)$$

$$v_{i,j,\ell} \leftarrow v_{i,j,\ell} + \eta \left( \langle \beta_{i,j,\ell}^{[t-1]} X_j^{[t]} \rangle_{\theta} - \beta_{i,j,\ell}^{[t-1]} x_j^{[t]} \right) + \eta \left( \langle \gamma_{j,\ell}^{[t-1]} X_i^{[t]} \rangle_{\theta} - \gamma_{j,\ell}^{[t-1]} x_i^{[t]} \right), \quad (18)$$

※theanoでは自動微分があるので, 目的関数を $E-\langle E \rangle$ にしてSGD等で最適化すればOK

# 感想

- 学習できそうになさそうだが、実際学習できているのがすごい
- STDPを使って学習したおそらく一番はじめのモデル
  - エネルギー関数みても納得はしづらい
- 記事には色々期待できる的な書き方をしていたが、現実的な応用はまだ先な気がする